**AΣΚΗΣΗ 1 (30 ΜΟΝΑΔΕΣ)  
  
α) Να βρεθεί η συνάρτηση P(x) που εκφράζει το μέγεθος κάθε παραγγελίας (αριθμός ενδοσκοπίων) συναρτήσει της συχνότητας παραγγελίας x, έτσι ώστε σε διάστημα 52 εβδομάδων το νοσοκομείο να έχει παραγγείλει συνολικά 1200 ενδοσκόπια.**

**Για να βρούμε τη συνάρτηση P(x), πρέπει να υπολογίσουμε πόσα ενδοσκόπια πρέπει να υπάρχουν σε κάθε παραγγελία (το μέγεθος κάθε παραγγελίας) με βάση το πόσο συχνά το νοσοκομείο κάνει παραγγελίες (συχνότητα παραγγελιών), εξασφαλίζοντας ότι σε μια περίοδο 52 εβδομάδων το νοσοκομείο παραγγέλνει συνολικά 1200 ενδοσκόπια.**

**Ας το αναπαραστήσουμε αυτό μαθηματικά:**

**- Ν αντιπροσωπεύει τον συνολικό αριθμό ενδοσκοπίων που απαιτούνται σε ένα έτος (Ν = 1200).**

**- x είναι η συχνότητα παραγγελίας, δηλαδή ο αριθμός των φορών που το νοσοκομείο παραγγέλνει ενδοσκόπια σε ένα έτος.**

**- P(x) είναι το μέγεθος κάθε παραγγελίας (ο αριθμός των ενδοσκοπίων σε κάθε παραγγελία).**

**Ο συνολικός αριθμός των ενδοσκοπίων που παραγγέλλονται σε ένα έτος (Ν) θα πρέπει να ισούται με το γινόμενο της συχνότητας παραγγελιών (x) και του μεγέθους κάθε παραγγελίας (P(x)). Με άλλα λόγια:**

**Στόχος μας είναι να βρούμε μια συνάρτηση P(x) που να ικανοποιεί αυτή την εξίσωση και να εξασφαλίζει ότι όταν πολλαπλασιάζουμε τη συχνότητα παραγγελιών με το μέγεθος κάθε παραγγελίας, θα έχουμε 1200. Αυτή η συνάρτηση P(x) αντιπροσωπεύει τη σχέση μεταξύ της συχνότητας παραγγελιών και του μεγέθους κάθε παραγγελίας.**

**Δεδομένου ότι ο συνολικός αριθμός των ενδοσκοπίων που απαιτούνται σε ένα έτος, Ν, είναι 1200, μπορούμε να εκφράσουμε τη σχέση αυτή ως εξής:**

**N = 1200**

**Τώρα, ο στόχος μας είναι να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση P(x) που αντιπροσωπεύει το μέγεθος κάθε παραγγελίας ως προς τη συχνότητα παραγγελίας, x, έτσι ώστε να ισχύει αυτή η εξίσωση. Με άλλα λόγια, θέλουμε να βρούμε τη σωστή συνάρτηση P(x) που, όταν πολλαπλασιάζεται με τη συχνότητα παραγγελιών, ισούται με 1200.**

**Για να διασφαλίσουμε ότι εργαζόμαστε εντός μιας περιόδου 52 εβδομάδων, μπορούμε να ξαναγράψουμε τις μεταβλητές μας σε όρους εβδομάδων:**

**Δεδομένου ότι υπάρχουν 52 εβδομάδες σε ένα έτος, μπορούμε να εκφράσουμε τη συχνότητα παραγγελιών, x, ως παραγγελίες ανά εβδομάδα (x/52 παραγγελίες ανά εβδομάδα). Αυτό μας επιτρέπει να ευθυγραμμίσουμε τους υπολογισμούς μας με ένα εβδομαδιαίο χρονικό πλαίσιο.**

**Με αυτή την προσαρμογή, η εξίσωσή μας μετατρέπεται στην ακόλουθη:**

**Η εξίσωση έχει ως εξής:**

**Για να προσδιορίσουμε την P(x), πρέπει να λύσουμε την εξίσωση για την P(x):**

**N = x P(x)**

**Με άλλα λόγια, πρέπει να βρούμε έναν τύπο για το P(x) που να εξασφαλίζει ότι ο συνολικός αριθμός των απαιτούμενων ενδοσκοπίων (Ν) κατά τη διάρκεια ενός έτους είναι ίσος με το γινόμενο της συχνότητας των παραγγελιών (x) και του μεγέθους κάθε παραγγελίας (P(x)).**

**Ως εκ τούτου, η P(x), η συνάρτηση που χαρακτηρίζει το μέγεθος κάθε παραγγελίας ως προς τη συχνότητα παραγγελίας x, μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:**

**Η λειτουργία αυτή εγγυάται ότι, εντός ενός χρονικού πλαισίου 52 εβδομάδων, το νοσοκομείο θα παραγγέλνει σταθερά ένα σωρευτικό σύνολο 1200 ενδοσκοπίων, ακριβώς όπως απαιτείται.**

**(β) Για να εξάγουμε τη συνάρτηση TC(x) που αντιπροσωπεύει το συνολικό ετήσιο κόστος για το νοσοκομείο, πρέπει να λάβουμε υπόψη τρεις βασικές συνιστώσες κόστους: το κόστος αγοράς για κάθε ενδοσκόπιο, το ετήσιο κόστος διαχείρισης παραγγελιών και το ετήσιο κόστος αποθήκευσης. Η TC(x) θα χρησιμεύσει ως συνάρτηση που εκφράζει το συνολικό κόστος σε σχέση με τη συχνότητα παραγγελίας x\*\*.**

**Τώρα, ας αναλύσουμε καθεμία από τις συνιστώσες κόστους:**

**1. Κόστος αγοράς ανά ενδοσκόπιο (PC): Το κόστος αυτό καθορίζεται σε 300€ για κάθε ενδοσκόπιο.**

**2. Ετήσιο κόστος διαχείρισης παραγγελιών (ΕΔ): Ανέρχεται σε 400€ ανά παραγγελία και το νοσοκομείο πραγματοποιεί x παραγγελίες ανά έτος.**

**3. Ετήσιο κόστος αποθήκευσης (SC): Το κόστος αυτό μεταβάλλεται και μπορεί να υπολογιστεί ως S(x) = 10.000 / x σε ετήσια βάση.**

**Το συνολικό ετήσιο κόστος (TC) για το νοσοκομείο προκύπτει από την άθροιση αυτών των τριών συνιστωσών κόστους.**

**Τώρα, ας καθορίσουμε τη δομή του κόστους για τα ενδοσκόπια:**

**- Το κόστος αγοράς κάθε ενδοσκοπίου (PC) είναι 300 ευρώ.**

**- Το ετήσιο κόστος για τη διαχείριση των παραγγελιών (ΟΚ) είναι 400 € ανά παραγγελία και το νοσοκομείο πραγματοποιεί x παραγγελίες ετησίως.**

**- Το ετήσιο κόστος για την αποθήκευση των ενδοσκοπίων (ΣΚ) είναι 10.000 € διαιρεμένο με τον αριθμό των παραγγελιών ανά έτος (x).**

**Συνεπώς, η συνάρτηση TC(x) είναι:**

**Η TC(x) αντιπροσωπεύει το συνολικό κόστος των ενδοσκοπίων ως συνάρτηση της συχνότητας παραγγελιών x. Μπορεί να υπολογιστεί ως το άθροισμα του κόστους αγοράς (PC), του ετήσιου κόστους διαχείρισης παραγγελιών (OC) και του ετήσιου κόστους αποθήκευσης (SC):**

**TC(x) = PC + OC + SC**

**Αντικαθιστώντας τις τιμές:**

**TC(x) = 300€ + (400€ x) + (10.000 / x)**

**Αυτή η συνάρτηση TC(x) θα μας δώσει το συνολικό κόστος με βάση τη συχνότητα παραγγελίας x.**

**Η συνάρτηση αυτή αντιπροσωπεύει τη συνολική ετήσια δαπάνη του νοσοκομείου σε συνάρτηση με τη συχνότητα των παραγγελιών, η οποία συμβολίζεται ως "x".**

**(γ) Στο Σχήμα 1 απεικονίζεται ένα γράφημα που απεικονίζει τη σχέση μεταξύ του πόσο συχνά ένα νοσοκομείο δίνει παραγγελίες (συχνότητα παραγγελιών, x) και του ετήσιου κόστους αποθήκευσης (S(x)) που σχετίζεται με τα ενδοσκόπια μιας χρήσης. Στον οριζόντιο άξονα x, έχουμε τις τιμές της συχνότητας παραγγελιών που κυμαίνονται από 1 έως 52, και στον κάθετο άξονα y, βλέπουμε το ετήσιο κόστος αποθήκευσης μετρούμενο σε ευρώ.**

**Το γράφημα παρέχει μια σαφή οπτική απεικόνιση της σχέσης μεταξύ της συχνότητας παραγγελιών και του κόστους αποθήκευσης. Είναι προφανές ότι όσο αυξάνεται η συχνότητα παραγγελιών, το ετήσιο κόστος αποθήκευσης μειώνεται. Αυτό συνεπάγεται αντίστροφη συσχέτιση μεταξύ της συχνότητας των παραγγελιών και του κόστους αποθήκευσης των ενδοσκοπίων, υποδεικνύοντας ότι η υψηλότερη συχνότητα παραγγελιών οδηγεί σε συχνότερες παραγγελίες αλλά σε χαμηλότερο συνολικό κόστος αποθήκευσης.  
  
  
  
  
  
  
  
Σχήμα 2: Απεικόνιση του διοικητικού κόστους ως συνάρτηση της συχνότητας παραγγελίας**

**Στο δεύτερο γράφημα, απεικονίζουμε το ετήσιο διοικητικό κόστος (M(x)) που αντιμετωπίζει το νοσοκομείο σε διάφορες συχνότητες παραγγελιών (x). Στον άξονα x, θα βρείτε τιμές συχνότητας παραγγελιών που κυμαίνονται από 1 έως 52, ενώ στον άξονα y απεικονίζεται το αντίστοιχο ετήσιο διοικητικό κόστος σε ευρώ. Καθώς αυξάνεται η συχνότητα παραγγελιών, το γράφημα παρουσιάζει αλάνθαστα μια γραμμική αύξηση του ετήσιου διοικητικού κόστους. Αυτό το γράφημα μεταφέρει αποτελεσματικά την έννοια της άμεσης σχέσης μεταξύ της συχνότητας παραγγελιών και του διοικητικού κόστους, αποκαλύπτοντας ότι οι υψηλότερες συχνότητες παραγγελιών οδηγούν σε υψηλότερο ετήσιο διοικητικό κόστος.**

**Σχήμα 3: Συνολικό ετήσιο κόστος σε σχέση με τη συχνότητα παραγγελιών**

**Στο τρίτο γράφημα, απεικονίζουμε το συνολικό ετήσιο κόστος (TC(x)) που βαρύνει το νοσοκομείο, το οποίο περιλαμβάνει τα έξοδα αγοράς, τις ετήσιες διοικητικές δαπάνες και τα έξοδα αποθήκευσης, σε συσχέτιση με τις διαφορετικές συχνότητες παραγγελιών (x). Στον άξονα x, οι τιμές της συχνότητας παραγγελιών κυμαίνονται από 1 έως 52, ενώ ο άξονας y απεικονίζει το συνολικό ετήσιο κόστος σε ευρώ. Καθώς αυξάνεται η συχνότητα παραγγελιών, το γράφημα απεικονίζει μια σύνθετη, μη γραμμική σχέση, εντοπίζοντας ένα συγκεκριμένο όριο στο οποίο το συνολικό ετήσιο κόστος είναι το χαμηλότερο. Πέραν αυτού του σημείου, κάθε περαιτέρω αύξηση της συχνότητας παραγγελιών οδηγεί σε αύξηση του συνολικού ετήσιου κόστους. Το γράφημα αυτό παρέχει ουσιαστικές πληροφορίες για τη βελτιστοποίηση της συχνότητας παραγγελιών ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική οικονομική επιβάρυνση του νοσοκομείου.**

**(δ) Για να υπολογίσετε την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο του TC(x), που δείχνουν πώς μεταβάλλεται το συνολικό ετήσιο κόστος σε απόκριση στις μεταβολές της συχνότητας παραγγελίας x, μπορείτε να προχωρήσετε ως εξής. Ο τύπος για το TC(x) παρέχεται:**

**1. Πρώτη παράγωγος (TC'(x):**

**Για να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο TC'(x), πρέπει να κάνετε διαφοροποίηση της TC(x) ως προς τη μεταβλητή x.**

**Οι παράγωγοι των επιμέρους όρων έχουν ως εξής:**

**Για κάθε όρο της εξίσωσης, ας εξετάσουμε τις αντίστοιχες παραγώγους τους.**

**2. Δεύτερη παράγωγος (TC'''(x)):**

**Για να προσδιορίσουμε τη δεύτερη παράγωγο, TC''(x), υπολογίζουμε τον ρυθμό μεταβολής της πρώτης παραγώγου TC'(x) ως προς x.**

**Οι παράγωγοι των επιμέρους όρων έχουν ως εξής:**

**ε) Η συνάρτηση TC(x) παρουσιάζει ένα σημείο καμπής, γνωστό ως σημείο καμπής. Ένα σημείο καμπής σε μια γραφική παράσταση σηματοδοτεί μια αλλαγή στην κατεύθυνση της καμπύλης, μεταβαίνοντας από αύξουσα σε φθίνουσα ή το αντίστροφο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το σημείο καμπής προκύπτει όταν η πρώτη παράγωγος TC'(x) μετατοπίζεται από αρνητική σε μηδενική και στη συνέχεια γίνεται θετική.**

**Αρχικά, όταν η συχνότητα παραγγελίας (x) ξεκινά από χαμηλές τιμές (x = 1, 2, 3, ...), το συνολικό ετήσιο κόστος (TC(x)) υφίσταται μείωση. Αυτό είναι εμφανές από τις αρνητικές τιμές του TC'(x), οι οποίες υποδηλώνουν μειούμενο ρυθμό κόστους.**

**Ωστόσο, σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή (περίπου γύρω στο x = 5), το TC'(x) μηδενίζεται. Αυτό σημαίνει ότι ο ρυθμός μεταβολής του κόστους εξισορροπείται και το συνολικό ετήσιο κόστος δεν μειώνεται πλέον σημαντικά. Σε αυτό το σημείο, η συνάρτηση παρουσιάζει σημείο καμπής.**

**Πέρα από αυτό το σημείο καμπής (x > 5), το TC'(x) γίνεται θετικό, υποδεικνύοντας ότι ο ρυθμός μεταβολής του κόστους γίνεται θετικός. Από πρακτική άποψη, καθώς η συχνότητα των παραγγελιών συνεχίζει να αυξάνεται, το κόστος αρχίζει να αυξάνεται. Αυτό το σημείο καμπής σηματοδοτεί τη στιγμή κατά την οποία η συνάρτηση TC(x) μεταβαίνει από τη μείωση του κόστους στην αύξηση του κόστους.**

**Συνοψίζοντας, η συνάρτηση TC(x) διαθέτει σημείο καμπής επειδή μεταβαίνει από τη μείωση του κόστους στην αύξηση του κόστους καθώς αυξάνεται η συχνότητα παραγγελιών (x), και η μετάβαση αυτή χαρακτηρίζεται από την αλλαγή του προσήμου του TC'(x).**

**(στ) Για να προσδιορίσετε τη συχνότητα παραγγελίας (x) που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος (TC) για το νοσοκομείο, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον λογισμό για να εντοπίσετε το ελάχιστο σημείο. Ακολουθεί ένας πρακτικός οδηγός για το πώς να το κάνετε:**

**Στο πλαίσιο της επίλυσης της βέλτιστης συχνότητας παραγγελιών (x) για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (TC) για ένα νοσοκομείο, πραγματοποίησα αυτή την εργασία χρησιμοποιώντας το Microsoft Excel. Η διαδικασία περιλαμβάνει τη δημιουργία ενός υπολογιστικού φύλλου του Excel όπου υπολογίζεται το TC για διάφορες τιμές του x, χρησιμοποιώντας τον δεδομένο τύπο TC(x). Στη συνέχεια, χρησιμοποίησα το Solver Add-In, ένα ισχυρό εργαλείο σχεδιασμένο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης.**

**Εντός του πλαισίου διαλόγου Solver Parameters, διαμόρφωσα την αντικειμενική συνάρτηση για την ελαχιστοποίηση του TC (που βρίσκεται στο κελί B2) και επέλεξα "Min" ως στόχο βελτιστοποίησης. Το μεταβλητό κελί, το οποίο αντιπροσωπεύει τη συχνότητα παραγγελίας, ορίστηκε στο A2. Το έργο του Solver ήταν να προσαρμόσει την τιμή στο κελί A2 για να ανακαλύψει τη συχνότητα παραγγελίας που θα οδηγούσε στο χαμηλότερο TC. Για να διασφαλιστεί ότι η αναζήτηση του επιλύτη παρέμεινε εντός ενός ρεαλιστικού εύρους, προστέθηκαν περιορισμοί. Οι περιορισμοί αυτοί όριζαν ότι το x πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο ή ίσο του 52, ευθυγραμμιζόμενο με τα πρακτικά όρια.**

**Με όλες τις ρυθμίσεις στη θέση τους, ξεκίνησα τη διαδικασία βελτιστοποίησης κάνοντας κλικ στο κουμπί "Solve" (Επίλυση). Το Solver ρύθμισε επαναληπτικά την τιμή στο κελί A2 μέχρι να βρει τη βέλτιστη συχνότητα τάξης που ελαχιστοποιούσε το TC. Στην ανάλυσή μου, το Solver προσδιόρισε ότι η βέλτιστη τιμή για το x ήταν περίπου 5, η οποία στρογγυλοποιήθηκε στον πλησιέστερο ακέραιο. Η μέθοδος αυτή επέτρεψε τον αποτελεσματικό και πρακτικό προσδιορισμό της πιο αποδοτικής συχνότητας παραγγελίας για το νοσοκομείο, ενώ παράλληλα τηρούσε τους περιορισμούς του πραγματικού κόσμου.**

**Για να εντοπίσουμε το ελάχιστο σημείο μιας συνάρτησης, στόχος μας είναι να προσδιορίσουμε το σημείο στο οποίο η πρώτη παράγωγος, που συμβολίζεται ως TC'(x), ισούται με μηδέν. Αυτό είναι ένα κρίσιμο βήμα, διότι στον λογισμό γνωρίζουμε ότι το ελάχιστο ή το μέγιστο μιας συνάρτησης βρίσκεται σε σημεία όπου η παράγωγος της είναι είτε μηδέν είτε απροσδιόριστη.**

**Ευτυχώς, έχουμε ήδη υπολογίσει το TC'(x) νωρίτερα στην ανάλυσή μας, οπότε είμαστε έτοιμοι να προχωρήσουμε με τα επόμενα βήματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης.**

**Τώρα, εξισώστε το TC'(x) με μηδέν και βρείτε τη λύση για το x:**

**Αναλύοντας το συνολικό κόστος (TC) για το νοσοκομείο, καθορίστηκε ότι η ιδανική συχνότητα παραγγελίας (x) για την ελαχιστοποίηση του κόστους TC είναι 5 παραγγελίες ανά έτος.**

**Όταν στρογγυλοποιούμε αυτό το αποτέλεσμα στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό, βρίσκουμε ότι x = 5.**

**Ως αποτέλεσμα, η βέλτιστη συχνότητα παραγγελιών του νοσοκομείου, η οποία ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος, είναι 5 παραγγελίες ανά έτος.**

**AΣΚΗΣΗ 2 (20 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**(α) Για να εξαγάγουμε τη συνάρτηση γραμμικής ζήτησης Qd(p), ξεκινάμε χρησιμοποιώντας τα παρεχόμενα σημεία δεδομένων: (p=10, q=100) και (p=25, q=80).**

**Πρώτον, ο στόχος μας είναι να βρούμε την κλίση (m) της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης. Στην περίπτωση μιας γραμμικής συνάρτησης, η κλίση (m) μπορεί να προσδιοριστεί από:**

**Χρησιμοποιώντας τα δύο δεδομένα σημεία, μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαφορά σε q (ποσότητα) και τη διαφορά σε p (τιμή):**

**Τώρα, ας προσδιορίσουμε τον ρυθμό μεταβολή:**

**Η συνάρτηση ζήτησης έχει κλίση -4/3.**

**Στη συνέχεια, θέλουμε να προσδιορίσουμε την τομή y (b) της συνάρτησης γραμμικής ζήτησης, η οποία αντιπροσωπεύει την τιμή του q όταν το p είναι 0. Μπορούμε να το υπολογίσουμε χρησιμοποιώντας ένα από τα σημεία δεδομένων, όπως το σημείο (p=10 , q=100):**

**Άρα, η εξίσωσή μας είναι:**

**Εύρεση της συνάρτησης ζήτησης Qd(p):**

**Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης Qd(p), ξεκινάμε με την εξίσωση:**

**Τώρα, μπορούμε να λύσουμε για τη σταθερά 'b':**

**Για να απομονώσουμε το 'b', προσθέτουμε το \(\frac{40}{3}\) και στις δύο πλευρές:**

**Για να προσθέσουμε αυτά τα κλάσματα, χρειαζόμαστε έναν κοινό παρονομαστή, ο οποίος είναι 3:**

**Άρα, η τομή y (b) είναι**

**Τώρα, έχουμε και την κλίση (m) και την τομή y (b) της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης:**

**Επομένως, η εξίσωση της συνάρτησης ζήτησης Qd(p) είναι:**

**Αυτή είναι η γραμμική συνάρτηση ζήτησης που βασίζεται στα δεδομένα.**

**(β) Εγγραφή της συνάρτησης παροχής Qs(p):**

**Για τη συνάρτηση παροχής Qs(p), η οποία είναι γραμμική και έχει γνωστή κλίση α=4, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μορφή κλίσης σημείου μιας γραμμικής εξίσωσης:**

**Σε αυτή την εξίσωση:**

**- Qs(p) είναι η συνάρτηση προσφοράς που θέλουμε να βρούμε.**

**- 'm' είναι η κλίση της συνάρτησης προσφοράς, η οποία δίνεται ως α=4.**

**- Το 'p\_0' είναι ένα γνωστό σημείο τιμής στο οποίο δίνεται η προσφορά.**

**- "Q\_0" είναι η ποσότητα που παρέχεται στην τιμή "p\_0".**

**Λαμβάνοντας υπόψη τις παρεχόμενες τιμές:**

**Μπορούμε να συνδέσουμε αυτές τις τιμές στην εξίσωση:**

**Απλοποίηση αυτής της εξίσωσης:**

**Άρα, η εξίσωση της συνάρτησης παροχής Qs(p) είναι:**

**(γ) Για να βρούμε το σημείο ισορροπίας της αγοράς, πρέπει να προσδιορίσουμε την τιμή (p) και την ποσότητα (q) στις οποίες τέμνονται οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς. Η ισορροπία επέρχεται όταν η ζητούμενη ποσότητα (Qd) ισούται με την προσφερόμενη ποσότητα (Qs).**

**Από τις προηγούμενες απαντήσεις, έχουμε τις ακόλουθες εξισώσεις για τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς:**

**Έχουμε την ενημερωμένη συνάρτηση προσφοράς και τη συνάρτηση ζήτησης . Για να βρούμε την τιμή ισορροπίας (p), πρέπει να ορίσουμε :**

**Τώρα, ας απλοποιήσουμε αυτήν την εξίσωση:**

**Πρώτον, για να καθαρίσουμε τα κλάσματα, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε και τις δύο πλευρές επί 75 (το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 25):**

**Στη συνέχεια, αναδιατάξτε την εξίσωση και ορίστε την ίση με το μηδέν:**

**Τώρα, μπορούμε να λύσουμε το p χρησιμοποιώντας τον τετραγωνικό τύπο:**

**Σε αυτή την εξίσωση, a = 3, b = 150 και c = -1900. Συνδέστε αυτές τις τιμές στον τετραγωνικό τύπο:**

**Τώρα, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές:**

**Τώρα, απλοποιήστε διαιρώντας και τον αριθμητή και τον παρονομαστή με το 6:**

**Έτσι, υπάρχουν δύο πιθανές τιμές ισορροπίας:**

**Ίσως θελήσετε να εξετάσετε εάν αυτές οι τιμές έχουν νόημα στο πλαίσιο του προβλήματός σας. Μερικές φορές, μία από αυτές τις τιμές μπορεί να μην είναι έγκυρη λύση ανάλογα με το πλαίσιο των λειτουργιών προσφοράς και ζήτησης.**

**Σε αυτή την περίπτωση, a = 3, b = 150 και c = -1900. Εισάγετε αυτές τις τιμές στον τετραγωνικό τύπο:**

**Τώρα, υπολογίστε τις τιμές του p:**

**Δεδομένου ότι οι τιμές δεν μπορούν να είναι αρνητικές σε αυτό το πλαίσιο, θεωρούμε τη θετική τιμή ως την τιμή ισορροπίας.**

**Τώρα, μπορούμε να βρούμε την αντίστοιχη ποσότητα ισορροπίας (q) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ζήτησης με αυτή την τιμή ισορροπίας:**

**Υπολογίστε το q:**

**Έτσι, το νέο σημείο ισορροπίας στην αγορά, με την ενημερωμένη συνάρτηση προσφοράς, είναι περίπου μια τιμή 16,58 μονάδων και μια ποσότητα 85,78 μονάδων. Δεδομένου ότι η ποσότητα πρέπει να είναι σε ακέραιες μονάδες, μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε την ποσότητα στην πλησιέστερη ακέραια μονάδα. Επομένως, το νέο σημείο ισορροπίας είναι μια τιμή περίπου 16,58 μονάδων και μια ποσότητα 86 μονάδων.**

**AΣΚΗΣΗ 3 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**(α)**

**1. Συνάρτηση f**

**- Τομέας: Ο τομέας είναι όλοι οι πραγματικοί αριθμοί εκτός από x = 2/3, επειδή ο παρονομαστής, (3x-2)^3, δεν πρέπει να είναι ίσος με μηδέν.**

**- Πρώτη Παράγωγος: Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του πηλίκου, βρίσκουμε ότι η πρώτη παράγωγος είναι:**

**f\_1'(x) = [2(2x+1)(3x-2)^3 - (2x+1)^2(9(3x-2)^2)] / (3x-2)^6**

**2. Συνάρτηση f\_2(x) = e^(x^2 + 3x + 1)**

**- Τομέας: Αυτή η εκθετική συνάρτηση ορίζεται για όλους τους πραγματικούς αριθμούς, επομένως ο τομέας της είναι όλοι οι πραγματικοί αριθμοί.**

**- Πρώτη παράγωγο: Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας, η πρώτη παράγωγος είναι:**

**f\_2'(x) = e^(x^2 + 3x + 1) \* (2x + 3)**

**3. Συνάρτηση f\_3(x) = ln((3x-4) / √x)**

**- Τομέας: Ο τομέας περιλαμβάνει δύο συνθήκες: x ≥ 0 και x > 4/3.**

**- Πρώτη Παράγωγος: Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του πηλίκου, η πρώτη παράγωγος είναι:**

**f\_3'(x) = [(√x)(3) - (3x-4)(1/(2√x))] / (3x-4)**

**(β) Όριο f\_1(x) καθώς το x πλησιάζει το 2/3:**

**- Το όριο της f\_1(x) καθώς το x πλησιάζει το 2/3 δεν υπάρχει επειδή η συνάρτηση πλησιάζει το άπειρο ή το αρνητικό άπειρο καθώς το x πλησιάζει το 2/3, αλλά δεν είναι καλά καθορισμένο στο x = 2/3 λόγω του παρονομαστή είναι 0 ^3, το οποίο είναι απροσδιόριστο.**

**(γ) Όριο της συνάρτησης 2x^2 + 7x + 6 καθώς το x πλησιάζει -3/2:**

**- Για να βρείτε το όριο, αντικαταστήστε το x = -3/2 στη συνάρτηση:**

**Όριο = 2(-3/2)^2 + 7(-3/2) + 6**

**- Απλοποίηση:**

**Όριο = 2(9/4) - 21/2 + 6**

**- Περαιτέρω υπολογισμός:**

**Όριο = 18/4 - 42/4 + 24/4 = 0**

**- Άρα, το όριο της συνάρτησης 2x^2 + 7x + 6 καθώς το x πλησιάζει το -3/2 είναι 0.**

**AΣΚΗΣΗ 4 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**(α) Σε αυτήν την ανάλυση, διενεργήσαμε μια λεπτομερή εξέταση των συναρτήσεων κόστους για μια εταιρεία που ασχολείται με την παραγωγή και την πώληση ενός μεμονωμένου προϊόντος. Η συνάρτηση μεταβλητού κόστους (VC) εκφράζεται με την εξίσωση VC(x) = 0,5x^2 + 3x, όπου το 'x' υποδηλώνει την ποσότητα του προϊόντος που παράγεται. Επιπλέον, η επιχείρηση επιβαρύνεται με ένα σταθερό κόστος (FC) που παραμένει σταθερό στα $300. Αθροίζοντας το μεταβλητό και το σταθερό κόστος, λαμβάνουμε τη συνάρτηση συνολικού κόστους (TC), που δίνεται ως TC(x) = 0,5x^2 + 3x + 300.**

**Η συνάρτηση οριακού κόστους (MC), η οποία υποδηλώνει το ρυθμό μεταβολής του συνολικού κόστους όσον αφορά τις αλλαγές στην ποσότητα παραγωγής, προέρχεται από την παράγωγο του TC ως προς το «x» και αναπαρίσταται ως MC(x) = x + 3.**

**Για τον υπολογισμό του μέσου συνολικού κόστους (ATC), το TC(x) διαιρείται με το 'x', με αποτέλεσμα το ATC(x) = (0,5x^2 + 3x + 300) / x.**

**Για να απεικονίσουμε αυτές τις συναρτήσεις κόστους, χρησιμοποιήσαμε το Microsoft Excel για να εκτελέσουμε υπολογισμούς και να δημιουργήσουμε γραφήματα σε ένα εύρος τιμών «x» που εκτείνονται από το 0 έως το 100. Δημιουργήθηκαν δύο διαφορετικά γραφήματα: το πρώτο απεικονίζει τη σχέση μεταξύ TC και MC, ενώ το δεύτερο παρουσιάζει TC και ATC. Αυτά τα διαγράμματα προσφέρουν πολύτιμες πληροφορίες για τη δομή κόστους της επιχείρησης και τη συμπεριφορά του κόστους της καθώς τα επίπεδα παραγωγής υφίστανται διακυμάνσεις.**

**(β) Για να εξαγάγουμε τις συναρτήσεις συνολικών εσόδων και καθαρού κέρδους της επιχείρησης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση παρεχόμενης ζήτησης και τις συναρτήσεις κόστους που είχαν καθοριστεί προηγουμένως. Η συνάρτηση ζήτησης για το προϊόν δίνεται ως εξής:**

**P(x) = -x + 150**

**Σε αυτήν την εξίσωση, το P(x) αντιπροσωπεύει την τιμή στην οποία πωλείται το προϊόν όταν η παραγόμενη ποσότητα είναι x.**

**Η συνάρτηση συνολικών εσόδων (TR) προκύπτει πολλαπλασιάζοντας την ποσότητα που πωλήθηκε (x) με την τιμή (P(x)):**

**TR(x) = x P(x)**

**Αντικαθιστώντας τη δεδομένη συνάρτηση ζήτησης στη συνάρτηση συνολικών εσόδων, παίρνουμε:**

**TR(x) = x (-x + 150)**

**Απλοποίηση αυτής της έκφρασης:**

**TR(x) = -x^2 + 150x**

**Η συνάρτηση καθαρού κέρδους (NP) υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ των συνολικών εσόδων και του συνολικού κόστους:**

**NP(x) = TR(x) - TC(x)**

**Έχουμε προσδιορίσει προηγουμένως τη συνάρτηση συνολικού κόστους ως εξής:**

**TC(x) = 0,5x^2 + 3x + 300**

**Τώρα, αντικαθιστούμε τις εκφράσεις για TR(x) και TC(x) στη συνάρτηση καθαρού κέρδους:**

**NP(x) = (-x^2 + 150x) - (0,5x^2 + 3x + 300)**

**Απλοποίηση αυτής της εξίσωσης:**

**NP(x) = -1,5x^2 + 147x - 300**

**Συνοπτικά, η συνάρτηση συνολικών εσόδων δίνεται από:**

**TR(x) = -x^2 + 150x**

**Και η συνάρτηση καθαρού κέρδους αντιπροσωπεύεται ως:**

**NP(x) = -1,5x^2 + 147x - 300**

**Αυτές οι συναρτήσεις περιγράφουν τα συνολικά έσοδα και τα καθαρά κέρδη της επιχείρησης σε σχέση με την παραγόμενη ποσότητα (x).**

**(γ) Για να βρούμε την ποσότητα της παραγωγής που μεγιστοποιεί το καθαρό κέρδος της επιχείρησης, ακολουθούμε τα εξής βήματα:**

**1. Ξεκινήστε με τη συνάρτηση καθαρού κέρδους:**

**Καθαρό κέρδος (NP(x)) = -1,5x^2 + 147x - 300**

**2. Υπολογίστε την παράγωγο του NP(x) ως προς την παραγόμενη ποσότητα (x) για να βρείτε πώς μεταβάλλεται το καθαρό κέρδος σε σχέση με την παραγόμενη ποσότητα. Παίρνουμε:**

**NP'(x) = -3x + 147**

**3. Ορίστε το NP'(x) ίσο με μηδέν και λύστε το x για να βρείτε το κρίσιμο σημείο:**

**-3x + 147 = 0**

**Λύνοντας το x, βρίσκουμε:**

**x = 49**

**4. Βρήκαμε ότι το κρίσιμο σημείο είναι x = 49. Για να προσδιορίσουμε εάν αυτό το σημείο αντιπροσωπεύει ένα μέγιστο ή ένα ελάχιστο, μπορούμε να εφαρμόσουμε τη δεύτερη δοκιμή παραγώγου:**

**5. Υπολογίστε τη δεύτερη παράγωγο του NP(x) (NP''(x)):**

**NP''(x) = -3**

**6. Εφόσον το NP''(x) είναι αρνητικό για όλες τις τιμές του x, αυτό δείχνει ότι το x = 49 είναι πράγματι ένα μέγιστο σημείο.**

**Έτσι, η ποσότητα της παραγωγής που μεγιστοποιεί το καθαρό κέρδος της επιχείρησης είναι 49 μονάδες.**